Roll No. ..... Total Printed Pages - 6

F - 3608

B.Sc. (Part - I) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks:50*

नोटः प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

Unit - I

1. (A) दर्शाइये कि किसी आव्यूह के भिन्न-भिन्न आइगेन मानों के संगत आइगेन सदिश एक घाततः स्वतंत्र होते हैं।

Show that the eigen vectors corresponding to distinct eigen values of a matrix are linearly independent.

(B) आव्यूह $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए। आव्यूह A का प्रतिलोम, कैली हैमिल्टन प्रमेय द्वारा ज्ञात कीजिए।तथा $A^5-4A^4-7A^3+11A^2-A-10I$ को A में एक रैखिक बहुपद के रूप में व्यमा कीजिए।

Find the eigen values of $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & 3\end{bmatrix}$. By the use of Caley. Hamilton theorem find inverse of A, and Reduce in the form of linear polynomial in A of $A^5-4A^4-7A^3+11A^2-A-10I$

(C) निम्न आव्यूह को समानीति एशेलोन रूप में बदलिए तथा जाति एवं शून्यता ज्ञात कीजिए।

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 3 & 4\\ 3 & 7 & 4 & 6\end{bmatrix}$$

Convert the following martrix into reduced Echelon form and find Rank and Nullity.

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 3 & 4\\ 3 & 7 & 4 & 6\end{bmatrix}$$

Unit - II

2. (A) आव्यूह विधि द्वारा दर्शाइये कि निम्न समीकरण असंगत है।
$x+y+z=-3,\ 3x+y-2z=-2\ ,2x+4y+7z=7$
Show by matrix method that, the following equations are inconsitent.
$x+y+z=-3,\ 3x+y-2z=-2\ ,2x+4y+7z=7$

(B) यदि α,β,γ समीकरण $x^3+px^2+qx+r=0$ के मूल है, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसके मूल $\frac{\alpha}{\beta+\gamma},\frac{\beta}{\alpha+\gamma},\frac{\gamma}{\alpha+\beta}$ है।

If α,β,γ are the roots of the equation $x^3+px^2+qx+r=0$, then find the equation whose roots are $\frac{\alpha}{\beta+\gamma},\frac{\beta}{\alpha+\gamma},\frac{\gamma}{\alpha+\beta}$

(C) निम्न समीकरण को दकार्ते विधि से हल कीजिए।
$x^4-8x^3-12x^2+60x+63=0$

Solve the following equation using Descarte's method.
$x^4-8x^3-12x^2+60x+63=0$

Unit - III

3. (A) समूह के लिए लाग्रांज का प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।
State and prove Langrange's Theorem for group.

(B) सिद्ध कीजिए कि यदि $f:A\to B$ एकैक आच्छादक है तो $\bar{f}^1:B\to A$ भी एकैक आच्छादक है।

If $f:A\to B$ is one - one onto mapping then prove that $\bar{f}^1:B\to A$ is also one - one onto

(C) दर्शाइये कि किसी समूह के दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Show that intersection of two normal subgroups of any group is also a normal subgroup.

इकाई - 4/Unit - 4

4. (A) समूहों पर समाकारिता का मूलभूत प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध

कीजिए।

State and prove fundamental theorem on homomorphism on groups.

(B) किसी वलय (R, +,·) की दो गुणजावलियों का सर्वनिष्ठ R की एक गुणजावली होता है।

Intersection of two ideals of a ring (R, +,·) is also an ideal.

(C) दर्शाइये कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय क्रमित पूर्णांकीय प्रांत नहीं है।

Show that the set of complex numbers is not an ordered integral domain.

इकाई - 5/Unit - 5

5. (A) निम्न श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए

$$c\sin\alpha - \frac{C^2}{2}\sin 2\alpha + \frac{C^3}{3}3\alpha ----\infty$$

Find the sum of the followng series

$$c\sin\alpha - \frac{C^2}{2}\sin 2\alpha + \frac{C^3}{3}3\alpha ----\infty$$

(B) यदि $\log\log\log(\alpha + i\beta) = p + iq$, तो सिद्ध कीजिए

कि (i) $e^{e^p.\cos q}.\cos\left(e^p \sin q\right) = \frac{1}{2}\log(\alpha^2 + \beta^2)$

(ii) $e^{e^p.\cos q}.\sin\left(e^p \sin q\right) = \tan^{-1}\beta/\alpha$

If $\log\log\log(\alpha + i\beta) = p + iq$, then prove that

(i) $e^{e^p.\cos q}.\cos\left(e^p \sin q\right) = \frac{1}{2}\log(\alpha^2 + \beta^2)$

(ii) $e^{e^p.\cos q}.\sin\left(e^p \sin q\right) = \tan^{-1}\beta/\alpha$

(C) यदि $\sin(\theta + i\phi) = \tan\alpha + i\sec\alpha$, सिद्ध कीजिए कि $\cos 2\theta.\cosh 2\phi = 3.$

If $\sin(\theta + i\phi) = \tan\alpha + i\sec\alpha$, then prove that $\cos 2\theta.\cosh 2\phi = 3.$